

ОБ ОДНОМ ПРИЕМЕ ИЗЛОЖЕНИЯ ЗАКОНА БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ

Ольга Михайловна Логачёва

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, тел. (383)343-25-77, e-mail: omboldovskaya@mail.ru

Артём Васильевич Логачёв

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, тел. (383)343-25-77, e-mail: omboldovskaya@mail.ru

В статье предлагается авторский подход к изложению одного из основных результатов теории вероятностей. Сложное для понимания студентов теоретическое доказательство закона больших чисел иллюстрируется интересным и познавательным примером, имеющим практическое применение при решении прикладных задач.

Ключевые слова: закон больших чисел, теория вероятностей, преподавание математических дисциплин.

AN APPROACH ILLUSTRATING THE LAW OF LARGE NUMBERS

Olga M. Logachova

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph. D., Associate Professor, Department of Higher Mathematics, phone: (383)343-25-77, e-mail: omboldovskaya@mail.ru

Artyom V. Logachov

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph. D., Associate Professor, Department of Higher Mathematics, phone: (383)343-25-77, e-mail: omboldovskaya@mail.ru

The article offers the author's approach to the presentation of one of the main results of the probability theory. Theoretical proof of the law of large numbers, difficult for students to understand, is illustrated by an interesting and cognitive example, which has practical application in solving applied problems.

Key words: law of large numbers, probability theory, teaching math.

Математика является основой для разработки различных технологий, методов искусственного интеллекта и многих научных достижений в целом. Помимо научной значимости, следует подчеркнуть, что изучение математических дисциплин способствует формированию культуры обучающегося. Конечной целью изучения математики является развитие личностных качеств, которые помогут выпускнику вуза в дальнейшей профессиональной деятельности. При правильной организации педагогом процесса обучения математике у обучаю-

щихся развивается логическое и алгоритмическое мышление, вырабатывается способность работать самостоятельно, ставить задачи и применять нестандартные подходы к их решению.

С целью улучшить качество образования [1], внедряют ИТ-технологии и гаджеты [2, 3], применяют различные подходы, например, компетентностный подход [4, 5].

Преподаватель, двигаясь в ногу со временем, должен совершенствоваться и разрабатывать новые методы и подходы в изложении материала. Однако при обучении математическим дисциплинам, особенно на младших курсах университета, затруднительно внедрить что-то по-настоящему новое, отличное от классических подходов подачи информации. Наоборот, в отличие от гуманитарных дисциплин, можно только проиграть, если попытаться отойти от стандартных методов изложения материала по математике, например, по теме «Предел функции в точке» или «Матрицы и действия над ними». Прежде чем применять нестандартные творческие подходы, необходимо заложить прочный фундамент знаний, а далее, действительно, можно заняться так называемым творчеством при изучении математики или дисциплин, связанных с ней. Таким образом, на младших курсах преподавателю остается проявлять изобретательность только в примерах, иллюстрирующих материал, а также в приложениях. В этом и состоит искусство преподавателей математики – придумать такие примеры, чтобы студент прочувствовал всю изложенную теорию, понял, где в жизни можно применять знания по математике, увидел связь между математикой и другими дисциплинами, например, с физикой, экономикой и др. Ведь один из самых распространенных вопросов студентов был и всегда будет: «Где мне это понадобится в жизни?». Задача современного преподавателя и состоит в том, чтобы помочь студенту найти ответ на этот вопрос.

Из математических дисциплин, изучаемых на младших курсах, наиболее творческой в подборе примеров, иллюстрирующих материал, на наш взгляд, является дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика». Для наглядности излагаемого материала преподаватели ставят эксперименты с игральной костью, картами, подкидывают монету. В качестве творческого задания одна из наших студенток, используя теорию вероятностей, написала программу-симулятор игрового автомата, где была заложена вероятность выигрыша автомата не менее $2/3$. Поле деятельности для творческих подходов и приемов в преподавании теории вероятностей и математической статистики, как в примерах, так и в приложениях, бесспорно, огромное. И в данной работе мы приведем один из них.

Самыми важными результатами теории вероятностей, с точки зрения ее практического применения, являются закон больших чисел и центральная предельная теорема.

Закон больших чисел (в форме Хинчина) [6]. Пусть X_1, \dots, X_n – независимые одинаково распределенные случайные величины, такие что математическое ожидание $\mathbf{E}|X_1| < \infty$.

Тогда $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k = \mathbf{E}X_1$ по вероятности.

То есть, если проводится n независимых испытаний, результатами которых являются одинаково распределенные случайные величины X_1, \dots, X_n , то среднее арифметическое этих случайных величин при достаточно большом n приближенно равно $\mathbf{E}X_1$.

Для того, чтобы наглядно продемонстрировать обучающимся смысл закона больших чисел, мы приводим следующий пример. Требуется вычислить сколько слонов находится на некоторой территории в Африке. Обозначим r – количество слонов, оно неизвестно. Очевидно, что пересчитать всех слонов мы не в состоянии, поэтому вылавливают m слонов. Их некоторым образом помечают и отпускают. Итак, m слонов уже помечены. Далее через достаточно большой промежуток времени на этой территории несколько дней подряд повторяют следующую процедуру: вылавливают слона и смотрят, есть ли у него метка, затем отпускают.

Таким образом вводятся независимые одинаково распределенные случайные величины:

$$X_k = \begin{cases} 0, & \text{если } k\text{-й выловленный слон не помечен;} \\ 1, & \text{если } k\text{-й выловленный слон с меткой.} \end{cases}$$

Обозначим n – количество проведенных вылавливаний, согласно закону больших чисел

$$S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k \approx \mathbf{E}X_1. \quad (1)$$

Вычислим математическое ожидание

$$\mathbf{E}X_1 = 0 \cdot \frac{r-m}{r} + 1 \cdot \frac{m}{r} = \frac{m}{r}. \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что $r \approx \frac{m}{S_n}$.

Мы уверены, что если применить вышеописанный подход к изложению темы «Закон больших чисел», то студент полностью поймет этот материал и в памяти отложится его суть. Конечно, неплохо было бы иметь набор таких приемов и походов к изложению каждой темы, но далеко не всегда это возможно. Задача преподавателя математики состоит в том, чтобы по максимуму разбавить строгий и математически грамотный материал интересными примерами и задачами, вызывающими у студента интерес к математическим дисциплинам.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Карпик А. П. Современные концептуальные подходы к качеству образования // АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ОБРАЗОВАНИЯ. Современные тенденции повышения качества непрерывного образования. Междунар. науч.-метод. конф. : сб. материалов в 3 ч. (Новосибирск, 1–5 февраля 2016 г.). – Новосибирск : СГУГиТ, 2016. Ч. 1. – С. 3–4.
2. Логачёва О. М., Логачёв А. В. IT и гаджеты как средство повышения вовлеченности студентов в образовательный процесс по математическим дисциплинам // АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ОБРАЗОВАНИЯ. Инновационные подходы в образовании. Междунар. науч.-метод. конф. : сб. материалов в 2 ч. (Новосибирск, 23–27 января 2017 г.). – Новосибирск : СГУГиТ, 2017. Ч. 2. – С. 69–72.
3. Неклюдова В.Л. Интерактивная составляющая в методологии преподавания математики // АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ОБРАЗОВАНИЯ. Инновационные подходы в образовании. Междунар. науч.-метод. конф. : сб. материалов в 2 ч. (Новосибирск, 23–27 января 2017 г.). – Новосибирск : СГУГиТ, 2017. Ч. 2. – С. 41–44.
4. Вербная В.П. Формирование и оценка математических компетенций у обучающихся по направлению 38.03.02 // АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ОБРАЗОВАНИЯ. Роль университетов в формировании информационного общества. Междунар. науч.-метод. конф. : сб. материалов в 2 ч. (Новосибирск, 29 января – 2 февраля 2018 г.). – Новосибирск : СГУГиТ, 2018. Ч. 1. – С. 211–213.
5. Григоренко О. В., Шмигирилова И. Б. Нестандартные задачи в компетентностном обучении математике // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Сер.: Филология, педагогика, психология. – 2017. – № 2. – С. 80–87.
6. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей : учебник. – 3-е изд., испр. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 240 с.

© О. М. Логачёва, А. В. Логачёв, 2020