

## **К вопросу об оценке точности обратной линейно-угловой засечки для выполнения кадастровых работ на застроенных территориях**

*Е. И. Аврунев<sup>1</sup>, И. В. Городилов<sup>1\*</sup>, Д. Д. Цыпляков<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Сибирский государственный университет геосистем и технологий, г. Новосибирск, Российская Федерация

<sup>2</sup> Общество с ограниченной ответственностью «Производственная Компания МостВекторГрупп», г. Новосибирск, Российская Федерация

\* e-mail: gorodilovigor@yandex.ru

**Аннотация.** В настоящей статье предложено на застроенных территориях для координатного обеспечения градостроительных и кадастровых работ при наличии геодезического обоснования, созданного с использованием комбинированной технологии, использовать обратную линейно-угловую засечку, являющуюся оптимальной с точки зрения трудоемкости и технологии выполнения работ. Для выбора измерительного технологического оборудования, позволяющего определить координаты характерных точек с заданной нормативной точностью, предложен математический алгоритм, основанный на строгом соответствии методу наименьших квадратов.

**Ключевые слова:** обратная линейно-угловая засечка, метод наименьших квадратов, средняя квадратическая ошибка, нормативная точность, объекты капитального строительства, кадастровые работы, координаты, характерные точки

## **To the question of estimating the accuracy of the back linear-angular notice for the performance of cadastre works on built-up areas**

*E. I. Avrunev<sup>1</sup>, I. V. Gorodilov<sup>1\*</sup>, D. D. Tsyplakov<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation

<sup>2</sup> Limited Liability Company "Production Company MostVectorGroup, Novosibirsk, Russian Federation

\* e-mail: gorodilovigor@yandex.ru

**Abstract.** In this article, it is proposed to use an inverse linear-angular intersection in built-up areas for coordinate support of urban planning and cadastral works in the presence of a geodetic justification created using a combined technology, which is optimal in terms of labor intensity and work technology. A mathematical algorithm based on strict compliance with the least squares method is proposed for the selection of measuring technological equipment that allows to determine the coordinates of characteristic points with a given standard accuracy.

**Keywords:** inverse linear-angular intersection, least squares method, root-mean-square error, normative accuracy, capital construction objects, cadastral works, coordinates, characteristic points

### ***Введение***

В последнее время в практике геодезических работ все большее применения находят GNSS-технологии, позволяющие с наименьшей трудоемкостью и высокой точностью определять местоположение объектов недвижимости (ОН) в территориальном образовании, которое необходимо для постановки на государ-

ственный кадастровый учет и регистрации прав. Вместе с этим на застроенных территориях с большим количеством объектов капитального строительства (ОКС) не всегда возможна радиотехническая видимость со спутникового приемника на постоянно действующие базовые станции. Поэтому для застроенных территорий наиболее актуальным является создание геодезического обоснования, созданного с использованием комбинированной технологии, основанной, как на современных спутниковых, так и традиционных наземных измерительных технологиях [1].

Основой такой технологии является определение базовых станций с применением GNSS-технологий, а затем с использованием традиционных наземных измерительных технологий определения координат характерных точек, закрепляющих на местности границы соответствующих земельных участков.

Одной из оптимальных геодезических фигур, которая строится с использованием традиционных наземных технологий, является обратная линейно-угловая засечка. Технологическим достоинством данного способа построения является то обстоятельство, что измерения выполняются с одной установки инструмента. Кроме этого, если выполнялись работы по сгущению полученных из GNSS-наблюдений базовых станций полигонометрическими построениями с закреплением наземных центров светоотражающими марками, расположенными на стенах (ОКС), то для определения координат характерных точек обратная линейно-угловая засечка становится наиболее оптимальным способом координатных определений.

Вместе с этим в научно-технической литературе, на наш взгляд, не достаточно подробно отражены вопросы оценки точности такого геодезического построения, которые позволяют выбрать измерительное технологическое оборудование (безотражательный электронный тахеометр) для определения координат характерных точек с заданной нормативной точностью [2]. Данное обстоятельство отрицательно сказывается на качестве кадастровых работ, выполняемых в отношении объектов недвижимости, которые необходимо поставить на государственный кадастровый учет и зарегистрировать их права [3, 4].

### ***Решение поставленной научно-технической задачи***

Оценка точности геодезических построений, предназначенных для координатного обеспечения градостроительных и кадастровых работ, должна заключаться в вычислении необходимой точности измерения углов и длин линий ( $m_\beta, m_L$ ), исходя из заданной нормативной средней квадратической ошибки (СКО) определения на местности местоположения объекта недвижимости или необходимой точности определения координат пунктов, вытекающих из требований градостроительной деятельности и регламентируемых действующими строительными нормами и правилами.

Для выполнения этой научно-технической задачи воспользуемся известной теорией параметрического способа уравнивания, детально изложенного во многих трудах известных российских ученых, например [1] и основанной на строгом выполнении принципов метода наименьших квадратов.

Основой этой теории является следующее фундаментальное матричное уравнение:

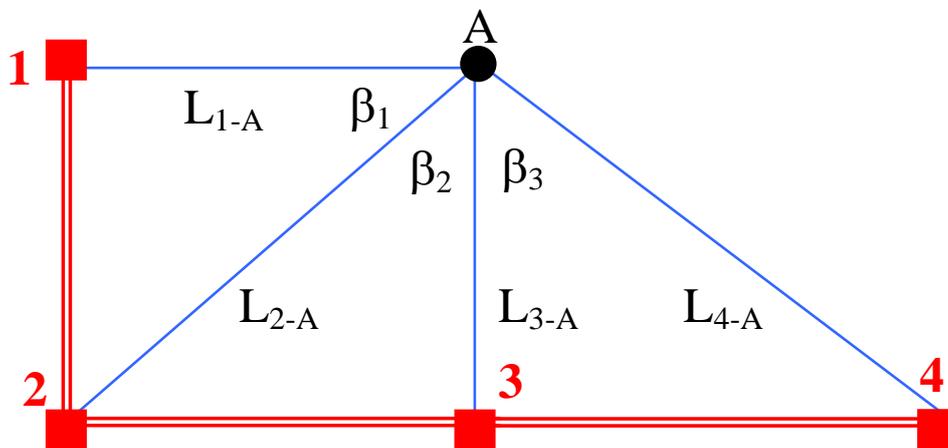
$$Q = (A_{t \cdot n} \cdot P_{n \cdot n} \cdot A_{n \cdot t})^{-1}, \quad (1)$$

где  $A$  - матрица параметрических уравнений связи, составляемая по правилам, изложенным в [Аврунев] ;  $P$  – матрица весов запроектированных измерений.

Например, матрица  $A$  для обратной линейно-угловой засечки, представленной на рисунке, имеет следующий вид:

$$A_{n \cdot t} = A_{7 \cdot 2} = \left\| \begin{array}{c|cc} & \Delta X_A & \Delta Y_A \\ \hline v_{\beta_1} & a_{A-2} - a_{A-1} & b_{A-2} - b_{A-1} \\ v_{\beta_2} & a_{A-3} - a_{A-2} & b_{A-3} - b_{A-2} \\ v_{\beta_3} & a_{A-4} - a_{A-3} & b_{A-4} - b_{A-3} \\ v_{L_{1-A}} & -\cos \alpha_{A-1} & -\sin \alpha_{A-1} \\ v_{L_{2-A}} & -\cos \alpha_{A-2} & -\sin \alpha_{A-2} \\ v_{L_{3-A}} & -\cos \alpha_{A-3} & -\sin \alpha_{A-3} \\ v_{L_{4-A}} & -\cos \alpha_{A-4} & -\sin \alpha_{A-4} \end{array} \right\|, \quad (2)$$

Значения коэффициентов матрицы вычисляются по известным правилам МНК [1].



Принципиальная схема обратной линейно-угловой засечки

Матрица весов запроектированного вектора измерений на основании МНК будет представлена следующим образом:

$$P_{n-n} = P_{7.7} = \begin{pmatrix} P_{\beta 1} & P_{\beta 2} & P_{\beta 3} & P_{L_{A-1}} & P_{L_{A-2}} & P_{L_{A-3}} & P_{L_{A-4}} \\ P_{\beta 1} & 1 & -0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_{\beta 2} & & 1 & -0,5 & 0 & 0 & 0 \\ P_{\beta 3} & & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ P_{L_{A-1}} & & & & \frac{m_{\beta}^2}{m_L^2} & 0 & 0 \\ P_{L_{A-2}} & & & & & \frac{m_{\beta}^2}{m_L^2} & 0 \\ P_{L_{A-3}} & & & & & & \frac{m_{\beta}^2}{m_L^2} \\ P_{L_{A-4}} & & & & & & & \frac{m_{\beta}^2}{m_L^2} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

Веса элементов (углов и длин линий) запроектированного вектора измерений вычисляются из следующего известного уравнения (для горизонтальных углов):

$$P_{\beta} = \frac{\mu^2}{m_{\beta}^2} = \frac{m_{\beta}^2}{m_{\beta}^2} = 1, \quad (4)$$

где  $\mu$  – СКО единицы веса (произвольное положительное численное значение);  $m_{\beta}$  – СКО запроектированных угловых измерений, определяемая, в том числе, инструментальной точностью применяемого электронного тахеометра.

На этапе оценки точности проекта целесообразно принять следующее условие

$$\mu = m_{\beta}. \quad (5)$$

При принятии условия (5) веса запроектированных углов будут равны единицы.

Веса запроектированных длин линий с учетом условия (5) вычисляются исходя из следующего уравнения:

$$P_L = \frac{\mu^2}{m_L^2} = \frac{m_{\beta}^2}{m_L^2}, \quad (6)$$

где  $m_L$  – СКО линейных измерений электронного тахеометра.

Наличие составленных матриц  $A$  и  $P$ , для такого геодезического построения позволяет вычислить матрицу  $Q$  (1), используя стандартное программное обеспечение, например, наиболее распространенные электронные таблицы Excel.

Средняя квадратическая ошибка определения координат определяемой характерной точки на основании коэффициентов матрицы Q будет вычисляться по следующей формуле:

$$m_{X_A} = m_{\beta} \cdot \sqrt{Q_{X_A}}; \quad m_{Y_A} = m_{\beta} \cdot \sqrt{Q_{Y_A}}; \quad m_A = \sqrt{m_{X_A}^2 + m_{Y_A}^2} = \mu \cdot \sqrt{Q_{X_A} + Q_{Y_A}}. \quad (7)$$

Исходя из поставленной научно-технической задачи, в данном уравнении неизвестными величинами является необходимая точности измерения углов и длин линий ( $m_{\beta}, m_L$ ), а СКО определяемой характерной точки нормативно заданным значением. Например, для земель населенных пунктов  $m_A=10$ см., а для обеспечения градостроительной деятельности при выносе основных и дополнительных осей объекта капитального строительства на местности -  $m_A=2$ см.

Следовательно, уравнение (5), с учетом условия (7), следует представить следующим образом:

$$\mu = m_{\beta} = \frac{m_{\text{норм}}}{\sqrt{Q_{X_A} + Q_{Y_A}}}. \quad (8)$$

Таким образом, уравнение (8) позволяет вычислить необходимую инструментальную точность угловых измерений. Для вычисления необходимой инструментальной точности измерения длин линий воспользуемся следующим известным уравнением:

$$\frac{m_{\beta}}{\rho''} = K \frac{m_L}{L}, \quad (9)$$

где K – коэффициент согласования точности угловых и линейных измерений.

По исследованиям многих авторов для линейно-угловых построений оптимальное значение коэффициента  $K=1$ . Для этого варианта преобразуем уравнение (7) и приведем его к следующему виду:

$$\frac{m_{\beta}}{\rho} = \frac{m_L}{L}, \quad m_L = \frac{m_{\beta} \cdot L}{\rho} = \frac{m_{\text{норм}} \cdot L}{\rho \cdot \sqrt{Q_{X_A} + Q_{Y_A}}}. \quad (10)$$

Таким образом, задаваясь значением  $K=1$ , уравнение (10) позволяет вычислить необходимую инструментальную точность линейных измерений. Отметим важное обстоятельство: размерность L должна соответствовать размерностям длин линий при вычислении элементов матрицы A в уравнении (1).

### **Заключение**

Теоретические исследования, выполненные в данной научно-технической статье, позволяют сделать следующие выводы:

– на застроенных территориях с большим количеством объектов капитального строительства и достаточным количеством исходных пунктов наиболее оптимальным способом для координатного обеспечения градостроительных и ка-

дастровых работ, с использованием безотражательного электронного тахеометра является обратная линейно-угловая засечка;

– для обеспечения заданной нормативной точности определения координат характерной точки из обратной линейно-угловой засечки целесообразно применять строгую оценку точности, основанную на методе наименьших квадратов;

– выбор измерительного технологического оборудования для выполнения измерений в таком геодезическом построении наиболее целесообразно выполнять по предложенному математическому алгоритму (8) и (10).

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аврунев, Е. И., Горобцов С.Р., Геодезическое обеспечение кадастровых работ [Текст] / Е. И. Аврунев, Горобцов С.Р. – Новосибирск : СГУГиТ, 2021г. – 212с.

2. Приказ Минэкономразвития России от 23.10.2020 № П/0393 «Об утверждении требований к точности и методам определения координат характерных точек границ земельного участка, требований к точности и методам определения координат характерных точек контура здания, сооружения или объекта незавершенного строительства на земельном участке, а также требований к определению площади здания, сооружения и помещения» // Официальный интернет-портал правовой информации <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/71274166/>, 12.04.2016

3. О кадастровой деятельности [Электронный ресурс]: Федеральный закон от 24.07.2007 №221-ФЗ (ред. от 11.06.2021) (с изменениями и дополнениями вступ. в силу с 28.10. 2021г.) – Режим доступа: <http://www.consultant.ru/> © КонсультантПлюс.

4. О государственной регистрации недвижимости [Электронный ресурс]: Федеральный закон от 13.07.2015 №218-ФЗ (ред. от 02.07.2021) (с изменениями и дополнениями вступ. в силу с 28.10. 2021г.) – Режим доступа: <http://www.consultant.ru/> © КонсультантПлюс.

© Е. И. Аврунев, И. В. Городилов, Д. Д. Цыпляков, 2022